

Voici la correction de la vérification des égalités ! Merci AB ! Elles étaient toutes correctes.

Bon travail de relecture à vous. N'hésitez pas à m'envoyer VOS résolutions à Madame Chiwy <math6et5@gmail.com>!

Madame Chiwy
SGA

trigonométrie 18/05/2020

Vérifiez les égalités suivantes :

1 $\sin 2a (\cotg a - \cotg 2a) = \sin 2a \cdot \left(\frac{\cos a}{\sin a} - \frac{\cos 2a}{\sin 2a} \right)$
 $= 2 \sin a \cos a \left(\frac{\cos a}{\sin a} - \frac{\cos 2a}{2 \sin a \cos a} \right)$
 $= \frac{2 \sin a \cdot \cos^2 a}{\sin a} - \frac{2 \sin a \cdot \cos a \cdot \cos 2a}{2 \sin a \cos a}$
 $\sin 2a (\cotg a - \cotg 2a) = 2 \cdot \cos^2 a - (\cos 2a)$
 $= 2 \cos^2 a - (2 \cos^2 a - 1)$
 $= 2 \cos^2 a - 2 \cos^2 a + 1$
 $= 1$

2 $(\cos a)^4 - (\sin a)^4 - \cos 2a \stackrel{?}{=} 0$
 $\Rightarrow \cos^2 a \cdot \cos^2 a - \sin^2 a \cdot \sin^2 a - (\cos^2 a + \sin^2 a) \stackrel{?}{=} 0$
 $\Rightarrow \cos^2 a (\cos^2 a - 1) - \sin^2 a (\sin^2 a - 1) \stackrel{?}{=} 0$

Pythagore : $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$
donc $\cos^2 a - 1 = -\sin^2 a$
et $\sin^2 a - 1 = -\cos^2 a$

$\Rightarrow \cos^2 a (-\sin^2 a) - \sin^2 a (-\cos^2 a) \stackrel{?}{=} 0$
 $\Rightarrow -\cos^2 a \sin^2 a + \cos^2 a \sin^2 a \stackrel{?}{=} 0$
Cqfd

3 $\frac{(\cos(a+b) + \cos(a-b))}{(\sin(a+b) + \sin(a-b))} \stackrel{?}{=} \cotg a$
 $\Rightarrow \frac{2 \cos a \cos b}{2 \sin a \cos b} \stackrel{?}{=} \cotg a$
Cqfd

$$4. \left[\left(\frac{1}{\cos a} \right) + \tan a \right]^2 \stackrel{?}{=} \frac{(1 + \sin a)}{(1 - \sin a)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\cos a} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{\cos a} \right) \cdot \left(\frac{\sin a}{\cos a} \right) + \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 a} + \frac{2 \sin a}{\cos^2 a} + \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + 2 \sin a + \sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{(1 + \sin a)^2}{(1 - \sin^2 a)} = \frac{(1 + \sin a)^2}{(1 - \sin a)(1 + \sin a)}$$

$$\Rightarrow \frac{(1 + \sin a)}{(1 - \sin a)} = \frac{(1 + \sin a)}{(1 - \sin a)}$$

Cqfd.

$$5. \sin(a-b) \cdot \cos(a+b) \stackrel{?}{=} \sin a \cos a - \sin b \cos b$$

$$\Rightarrow \left[\underbrace{\sin a}_{f_1} \cdot \cos b - \cos a \cdot \underbrace{\sin b}_{f_2} \right] \cdot \left[\cos a \cos b - \sin a \sin b \right]$$

$$\Rightarrow \sin a \cdot \cos^2 b \cdot \cos a - \sin^2 a \cdot \sin b \cdot \cos b - \cos^2 a \cos b \sin b + \sin a \cos a \sin^2 b$$

$$\Rightarrow \sin a \cos a [\cos^2 b + \sin^2 b] - \sin b \cos b [\sin^2 a + \cos^2 a]$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin a \cos a}_{1} [\underbrace{\cos^2 b + \sin^2 b}_{1}] - \underbrace{\sin b \cos b}_{1} [\underbrace{\sin^2 a + \cos^2 a}_{1}] = \sin a \cos a - \sin b \cos b$$

Cqfd